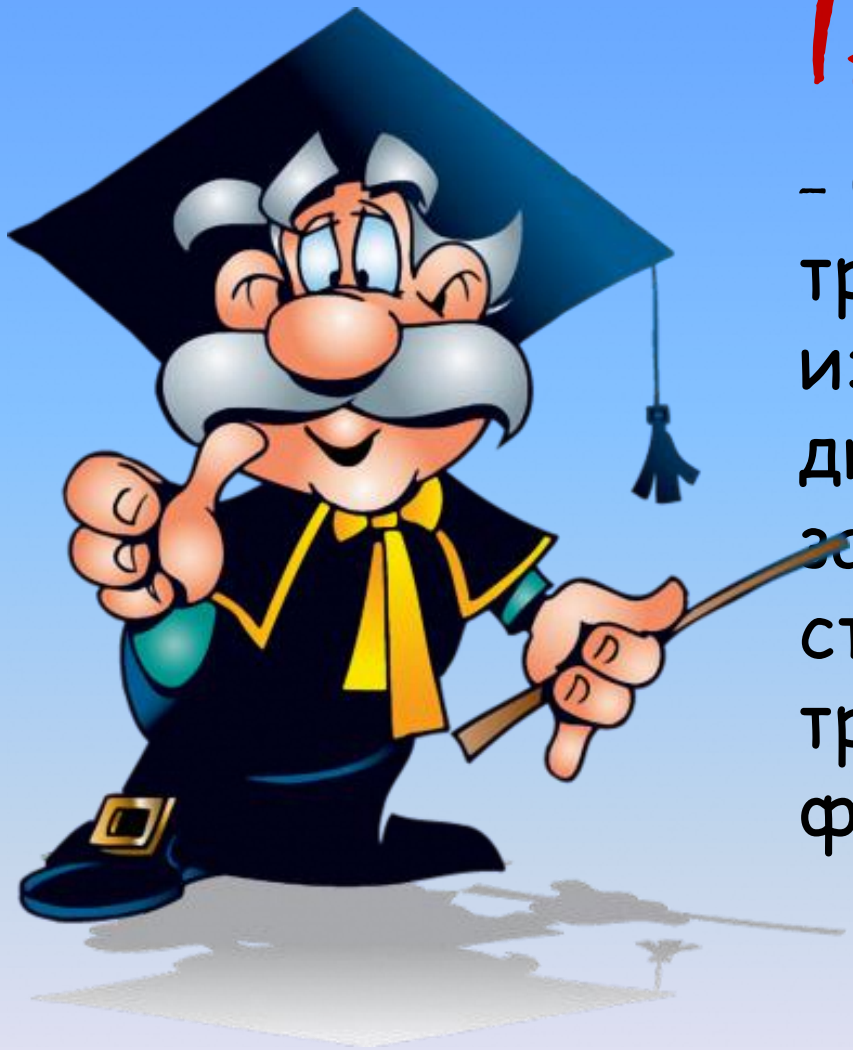
О мир, пойми! Певцом –во сне – открыты
Закон звезды и формула цветка.
М. Цветаева.

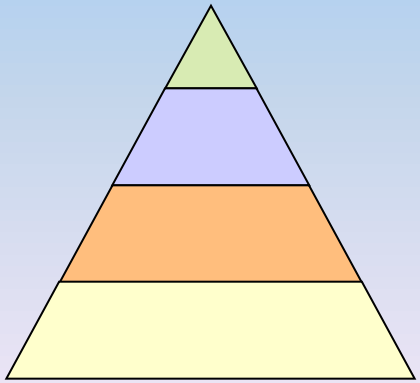
Математика дает универсальные инструменты для изучения связей, зависимостей между различными величинами.

Её изучение делает шире и богаче наши возможности для описания окружающего мира.



ТРИГОНОМЕТРИЯ

– (от греч. **trigwnon** – треугольник **и metrew** – измеряю) – математическая дисциплина, изучающая зависимости между углами и сторонами треугольников и тригонометрических функций.



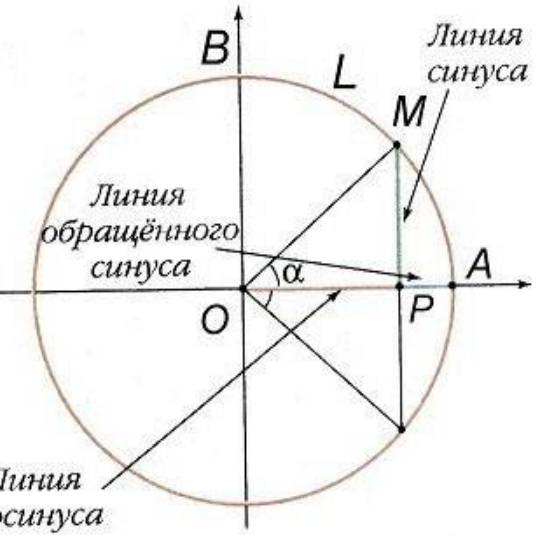
А начиналось все очень давно. Первые отрывочные сведения по тригонометрии сохранились на клинописных табличках Древнего Вавилона. Астрономы Междуречья научились предсказывать положение Земли и Солнца и именно от них к нам пришла система измерения углов в градусах, минутах и секундах, потому что у вавилонян была принята шестидесятеричная система счисления.

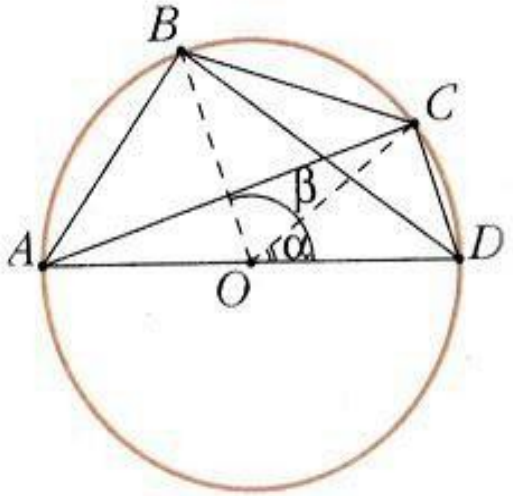
Евклид

Гиппарх

Однако первые по-настоящему важные достижения принадлежат древнегреческим ученым.

Птолемей





Термины «синус» и «косинус» пришли от индийцев, не обошлось и без любопытного недоразумения. Полухорду индийцы называли «ардхаджива» (в переводе с санскрита – «половина тетивы лука»), а потом сократили это слово до «джива». Мусульманские астрономы и математики, получившие знания по тригонометрии от индийцев, восприняли его как «джиба», а затем оно превратилось в «джайб», что на арабском языке означает «выпуклость», «пазуха». Наконец, в 7 в. «джайб» буквально перевели на латынь словом «sinus», которое не имело никакого отношения к обозначаемому им понятию.

Суммы

Простейшие тождества

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$$

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha},$$

$$1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}.$$

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$$

Чётность

$$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha,$$
$$\cos(-\alpha)=\cos\alpha,$$
$$\operatorname{tg}(-\alpha)=-\operatorname{tg}\alpha,$$
$$\operatorname{ctg}(-\alpha)=-\operatorname{ctg}\alpha,$$
$$\sec(-\alpha)=\sec\alpha,$$
$$\operatorname{cosec}(-\alpha)=-\operatorname{cosec}\alpha.$$

$$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\frac{\alpha\pm\beta}{2}\cos\frac{\alpha\mp\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

$$1\pm\sin 2\alpha=(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2.$$

Дальнейшее развитие тригонометрии шло по пути накопления и систематизации формул, уточнения основных понятий, становления терминологии и обозначений. Многие европейские математики работали в области тригонометрии. Среди них такие великие ученые, как Николай Коперник (1473-1543), Тихо Браге (1546-1601) и Иоганн Кеплер (1571-1630), Франсуа Виет (1540-1603), Исаак Ньютон (1643–1727), Леонард Эйлер (1707–1783).

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 =$$

$$= 1 - 2\sin^2\alpha = \frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha},$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha} = \frac{1}{2}(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha).$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha,$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha,$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}^3\alpha}{1-3\operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3\alpha - 3\operatorname{ctg}\alpha}{3\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}.$$

$$\sin 4\alpha = \cos\alpha\left(4\sin\alpha - 8\sin^3\alpha\right),$$

$$\cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1,$$

$$\operatorname{tg} 4\alpha = \frac{4\operatorname{tg}\alpha - 4\operatorname{tg}^3\alpha}{1-6\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$\operatorname{ctg} 4\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^4\alpha - 6\operatorname{ctg}^2\alpha + 1}{4\operatorname{ctg}^3\alpha - 4\operatorname{ctg}\alpha},$$

$$\sin 5\alpha = 16\sin^5\alpha - 20\sin^3\alpha + 5\sin\alpha$$

$$\cos 5\alpha = 16\cos^5\alpha - 20\cos^3\alpha + 5\cos\alpha$$

$$\operatorname{tg} 5\alpha = \operatorname{tg}\alpha\frac{\operatorname{tg}^4\alpha - 10\operatorname{tg}^2\alpha + 5}{5\operatorname{tg}^4\alpha - 10\operatorname{tg}^2\alpha + 1}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}, \quad 0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi,$$

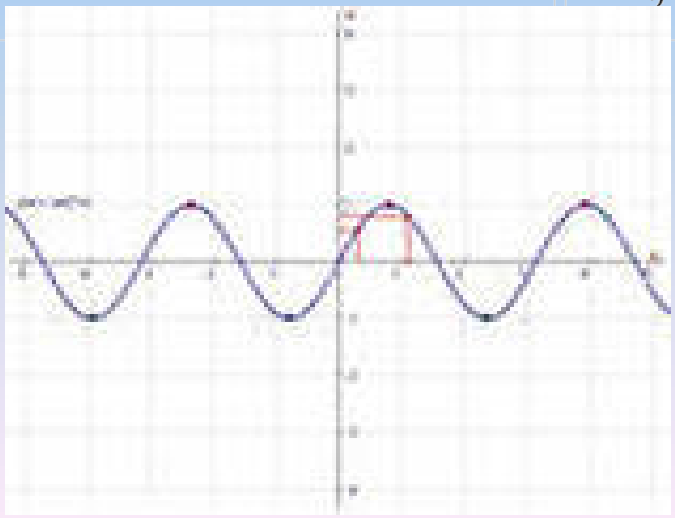
$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}, \quad -\pi \leqslant \alpha \leqslant \pi,$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha},$$

$$\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha},$$

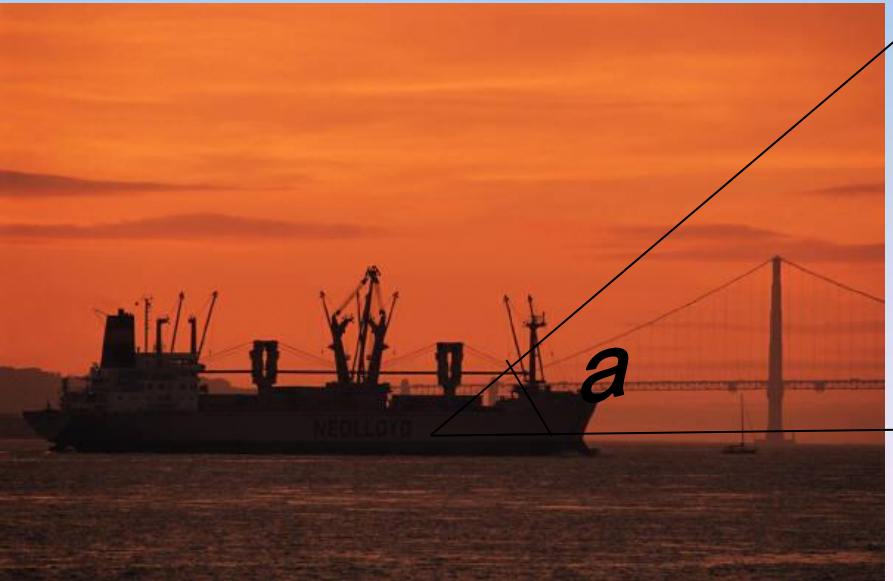
$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}, \quad 0 \leqslant \alpha < \pi,$$

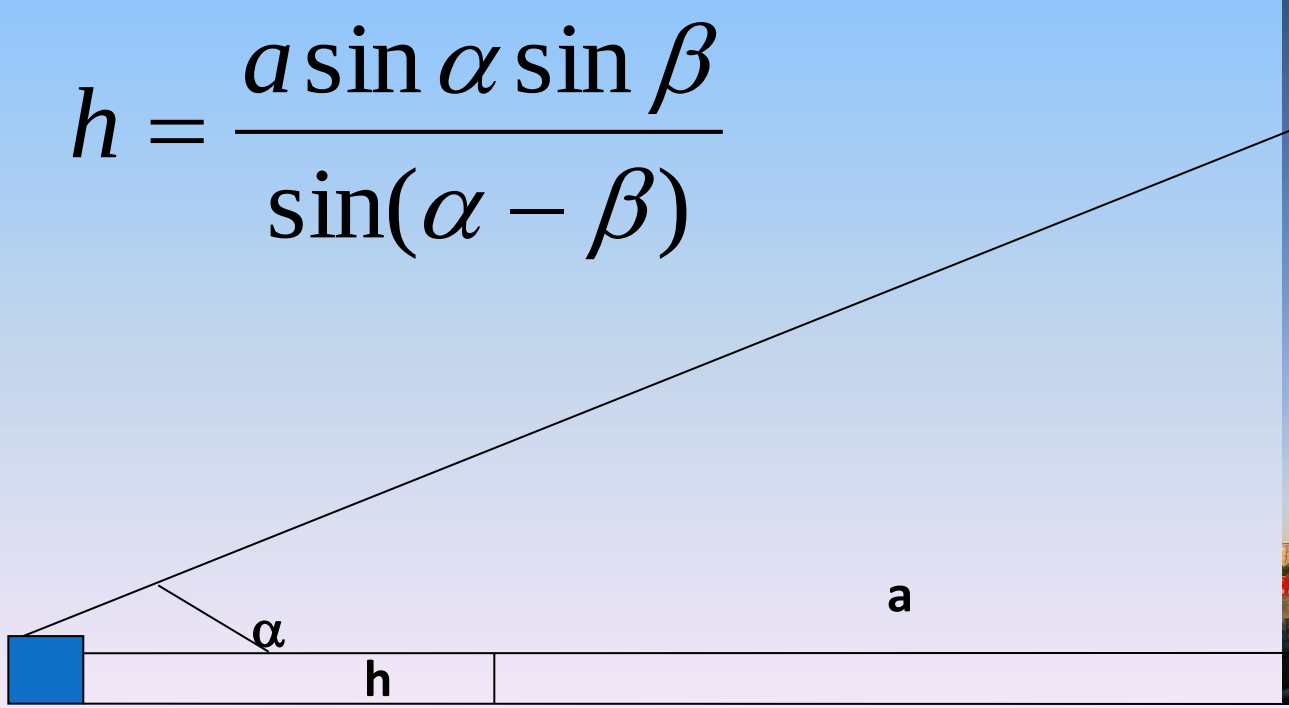
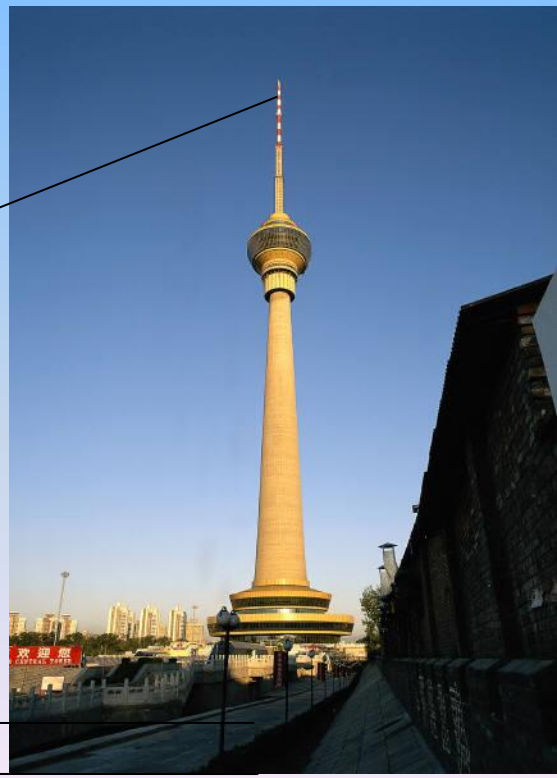
$$\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}, \quad 0 < \alpha \leqslant \pi.$$



К концу 18 в. тригонометрия сложилась как наука. Тригонометрические функции нашли применение в математическом анализе, физике, химии, технике – везде, где приходится иметь дело с периодическими процессами и колебаниями – будь то акустика, оптика или качание маятника.

Зачем нам нужна тригонометрия



Желаем вам успеха!

$$h = \frac{a \sin\alpha \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)}$$